

## 超臨界圧流体の平行平板間層流熱伝達特性に関する数値解析

山下 徹<sup>1,\*</sup>Numerical Analysis for Heat Transfer to Supercritical Pressure Fluid  
Flowing Laminar in Parallel PlateTohru Yamashita<sup>1,\*</sup>

The purpose of this study is to obtain the data for heat transfer to supercritical pressure water flowing laminar in parallel plate. One dimensional numerical simulation taking account of dependence of the variation of fluid physical properties on temperature was performed at the cross section of fully developed flow, and following results were obtained. (1) Heat transfer characteristic obtained in this study is similar to that obtained by massive thermal flow analysis. (2) Effect of cross-sectional variation of fluid physical properties, especially specific heat, to heat transfer is shown where the bulk fluid temperature is over near pseudocritical temperature. (3) Effect of variation of mass velocity to heat transfer is quite smaller than that of physical properties.

キーワード：熱伝達特性、超臨界圧、数値解析

Keywords：Heat transfer characteristic, Supercritical pressure, Numerical analysis

## 1. 緒言

超臨界流体とは、臨界温度  $T_c$  および臨界圧力  $P_c$  を超えた流体をいい、特に臨界圧力のみを超えた流体を超臨界圧流体と呼ぶ。超臨界圧に達しない、いわゆる亜臨界圧に対して超臨界圧での流体の特筆すべき熱力学特性は、飽和域が存在せず熱力学的平衡状態において単相流とみなされる点である。そのため、超臨界圧流体を十分低い温度から加熱すると、流体は液体的な性質の単相状態から気体的な性質の単相状態へと連続的に変化する。しかしながら、この時の物性変化は単調ではなく、図1に示すように、ある温度領域において急激に変化する。これは、亜臨界圧において液相から気相へと変化する飽和域の名残であり、特に定圧比熱  $c_p$  が極大値となる温度は、擬臨界温度  $T_{pc}$  と呼ばれる。亜臨界圧での流動伝熱においては、温度の変化に対する物性値の変化が小さいため、単相流れにおいては、物性値は一定として扱うことができる。一方、超臨界圧での流動伝熱においては、特に伝熱面付近の境界層内に擬臨界温度近傍の温度領域が含まれるとき、定物性流れとは異なる温度に対する物性値変

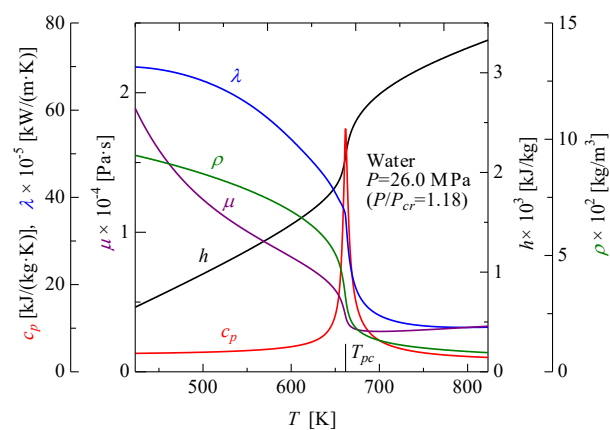


図1 超臨界圧 26 MPa での水の物性値

化の影響を受けた熱伝達特性が現れる。

超臨界圧流体の熱伝達特性に関する研究は、過去には事業用火力発電の超臨界圧ボイラや液体燃料ロケット等の大型機器の実用化や高性能化の中で進められ、乱流を対象として実験を主体とした熱伝達特性の解明や熱伝達整理式の提案が行なわれている<sup>(1),(2)</sup>。これに対し近年、超臨界圧流体は有機溶剤の代替や成分抽出、ナノ素材の開発等の様々な利用分野で注目を集めている<sup>(3)</sup>。利用分野の拡大では様々な熱的状況が想定される。狭小空間での流れを扱う場合、流れの低レイノルズ数化、すなわち層流化した場合の伝熱的知見が必要となる。超臨界圧流体

<sup>1</sup> 生産システム工学系  
〒866-8501 熊本県八代市平山新町 2627  
Faculty of Production Systems Engineering,  
2627 Hirayama-Shinmachi, Yatsushiro-shi, Kumamoto, Japan 866-8501

\* Corresponding author:  
E-mail address: yamashita@kumamoto-nct.ac.jp (T. Yamashita).

の層流熱伝達を扱った研究は乱流に比べると少なく、主に数値計算に基づいた熱伝達特性の解明が進められている<sup>(4)</sup>。研究の結果、層流においても乱流と同様に温度による物性値変化が、定物性流れの熱伝達特性との差異を生じさせることが明らかになっているが、その詳細については未だ未解明な点がある。そこで本研究では、等熱流束条件下の平行平板間流れを対象として超臨界圧流体の層流状態での熱伝達特性を把握することを目標とし、熱流動解析を行なった。特に、本研究では大規模な熱流動解析ではなく、速度場および温度場が十分発達した断面を対象として、一断面毎に速度分布および温度分布の数値計算を行なった。

## 2. 計算方法

### 2.1 解析対象

図2に、本研究の解析対象の概要を示す。一様な熱流束  $q$  で加熱される流路幅  $H$  の平行平板間を超臨界圧流体が層流で流れるときの平板から流体への定常熱伝達を解析対象とする。流体は水（臨界圧力  $P_{cr} = 22.06$  MPa）とし、圧力は  $26.00$  MPa ( $P/P_{cr} = 1.18$ ,  $T_{pc} = 388.5$  °C) とした。本研究では、図中の破線に示すようにある一断面の流路に水力な方向のみを解析領域として計算を行なった。境界条件は、伝熱面表面における滑りなし条件および熱流束条件であり、それぞれ仮想セルにおける速度および温度より設定される。

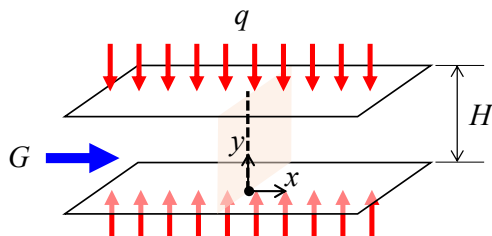


図2 解析対象

### 2.2 十分発達した定常流れの数値解析

一般に、冷凍機やボイラ等、内部流動を伴う熱機器の設計においては、流れが十分発達した領域での定常熱伝達の知見が用いられる。昨今の熱流動解析では、対象とする流れ領域全体を要素化して適切な初期条件および境界条件で解を得る大規模な熱流動解析が行なわれる。しかしながら、超臨界圧流体に対する解析では、断面内に形成される温度分布による物性値の変化が、速度分布に影響を及ぼす。そのため、入口条件を正しく設定することができず、計算領域の一部が流れおよび温度の発達領域として使われる。

以上のことから、本研究では、計算結果の効率的な取

得を目的に、流れの発達を伴う大規模な熱流動解析ではなく、流れが十分発達した一断面を対象として、速度分布および温度分布を求める。一断面での計算とすることで、コンピュータの計算負荷を軽減することができ、計算結果を得るために必要な時間の軽減が期待できる。また、本研究での計算結果を入口条件と設定することで、大規模な熱流動解析においても計算領域を有効に活用することができる。

ここでは、まず本研究での計算のアルゴリズムについて、定物性流れを例に説明する。直交座標系での非圧縮性流体の定常2次元流れは、流れ方向を  $x$ 、壁面に垂直な方向を  $y$  として、それぞれ方向の速度成分をそれぞれ  $u$  および  $v$  とすると、連続の式と運動方程式より、以下で表される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (3)$$

ここで  $\rho$  および  $\nu$  は、それぞれ流体の密度と動粘性係数を示す。また、速度場が十分発達した場合、以下の関係が成立する。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = 0 \dots\dots\dots (4)$$

式(4)より、式(2)および式(3)は次のように表される。

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$u$  は  $y$  の関数、また式(6)より  $p$  は  $x$  の関数となるため、定数を  $C_v$  とすると、式(5)は次式となる。

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = C_v \left( = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (7)$$

上式を差分化し、 $C_v$  を仮定して収束計算を行なうと速度分布が得られる。さらに、得られた速度分布より求められる質量速度が計算条件とする質量速度に等しくなるよう  $C_v$  の再修正を繰り返す。 $C_v$  の修正量が十分小さくなった時、計算条件とした質量速度における速度分布が得られる。

また、定常状態でのエネルギー方程式は、次式で表される。

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $a$  は温度伝導率である。さらに等熱流束条件下では  $\partial T / \partial x$  が一定値となることから、これを  $C_T$  とすると、十分発達した流れの断面での式(8)は、次式となる。

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = u C_T \dots\dots\dots (9)$$

上式を差分法で、断面での主流体温度の計算値が計算条件とする主流体温度に十分近い値になるよう  $C_T$  の収束計算を行なうことで温度分布が得られる。なお、定物性流れの平行平板間の層流における速度分布はハーゲン・ポアズイユ流れとなり、等熱流束条件でのヌセルト数の理論値は  $Nu = 70/17 = 4.118$  となる。後述する計算プログラムにて定物性流れとして計算した場合の速度分布は、ハーゲン・ポアズイユ流れに対して  $6.4 \times 10^{-2} \%$  の誤差で一致し、ヌセルト数は  $2.0 \times 10^{-4} \%$  の誤差で一致した。

### 2.3 温度に対する物性値変化の考慮

前述の通り、超臨界圧流体は、特に擬臨界温度近傍において物性値が大きく変化するため、本研究が対象とする流れ断面における数値計算では、温度に対する物性値変化を考慮する必要がある。前述の定物性流れの式(2)において、密度の変化を対流項にて考慮すると、次式となる。

$$\frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (10)$$

ここで  $\mu$  は、流体の粘性係数である。また速度場が十分発達した場合、式(4)より、式(10)はさらに以下のように表現することができる。

$$u^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \dots\dots\dots (11)$$

式(11)が式(5)と異なる点は、左辺第1項に示される流れ方向の密度変化に伴う対流の効果である。

流れ方向の密度変化に伴う対流の効果の程度については、オーダーエスティメーションで確認される。ここでは、右辺第2項の粘性項を以下で近似し、オーダーを比較した。

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \mu \frac{U}{(H/2)^2} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $U$  は断面での流れ方向の平均速度、 $H$  は流路幅である。また、流れ方向の密度変化率  $\partial \rho / \partial x$  の求め方は、物性値ライブラリより主流体温度  $T_b$  について求めたエンタルピ  $h$  に対する密度変化率  $\Delta \rho / \Delta h$  と、流路内でのエネルギーバランスより、次式で求めた。

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \left( \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \right) = \left( \frac{\partial \rho}{\partial h} \right) \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) = \left( \frac{\Delta \rho}{\Delta h} \right) \frac{2q}{GH} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $q$  および  $G$  は、それぞれ熱流束および質量速度を示す。計算の結果、 $G = 200 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ 、 $q = 300 \text{ kW}/\text{m}^2$  の条件において、十分液側と考えられる  $T_b = 300 \text{ }^\circ\text{C}$  での両者の値は、粘性項  $15175 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})^2$  に対して密度変化に伴う対流項は  $1727 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})^2$  と約 1/10 となった。一方、同じ質量速度および熱流束条件で、主流体温度が物性値

の変化が大きい擬臨界温度近傍の  $T_b = 374 \text{ }^\circ\text{C}$  での両者の値は、粘性項  $14455 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})^2$  に対して圧力変化項は  $5939 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})^2$  と 1/2 程度となり、圧力変化項の影響は、特に流れ断面の主流体温度が擬臨界温度近傍にあるとき、大きくなる。

なお、流れに垂直な方向での物性値変化の影響は、上式を有限差分法で計算する際に、各格子セルの計算で用いる物性値にセル代表温度に対応した値を用いることで考慮する。例として、式(11)を元にした格子セル番号  $i$  の位置における速度場の計算式を次式に示す。なお、式中の定数  $C_v$  は式(7)と同じ標記を用いているが、厳密には異なるものである。しかしながら、いずれも定数であり、計算上の違いは無い。

$$u_i = \frac{1}{2} \left\{ u_{i+1} - u_{i-1} - \frac{\Delta y^2}{\mu_i} \left( \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \right) u_i^2 - C_v \right\} \dots\dots\dots (14)$$

### 2.4 数値解析プログラム

本研究で作成した解析プログラムの計算フローチャートを図3に示す。解析プログラムは大きく分けて速度分布の計算と温度分布の計算の2つに分かれる。本計算では、まず速度分布について式(14)および速度境界条件に基づき設定した質量速度に収束するまで計算を行なう。次に得られた速度分布を用いて、式(9)および熱的境界条件に基づき、主流体温度が設定値に収束するまで計算を行なう。さらに、得られた温度分布より、各格子セルにおける物性値を更新し、再度速度分布の計算に戻る。繰り返し計算によって、速度分布、温度分布、物性値分布が十分に収束したことが確認されたとき、計算終了とする。なお、本研究では、物性値ライブラリに、アメリカ国立標準技術研究所 NIST が有償提供する冷媒熱物性データベースソフトウェア REFPROP<sup>®(5)</sup>の代替ライブラリである CoolPROP<sup>®(6)</sup>を用いた。CoolPROP は C++ライブラリとしてのみ提供されており、本研究では FORTRAN 言語のプログラムに対して Wrapper 機能を用いることで利用した。

また、得られた温度分布より求まる熱伝達率  $\alpha$  およびヌセルト数  $Nu$  は次式で表される。ここで、 $T_w$ 、 $T_b$  および  $\lambda$  は、それぞれ伝熱面温度、主流体温度、主流体温度における流体の熱伝導率である。

$$\alpha = \frac{q}{T_w - T_b} \dots\dots\dots (15)$$

$$Nu = \frac{\alpha H}{\lambda} \dots\dots\dots (16)$$

## 3. 数値解析

### 3.1 解析条件

表1に、本研究での計算条件を示す。26 MPa の水が幅

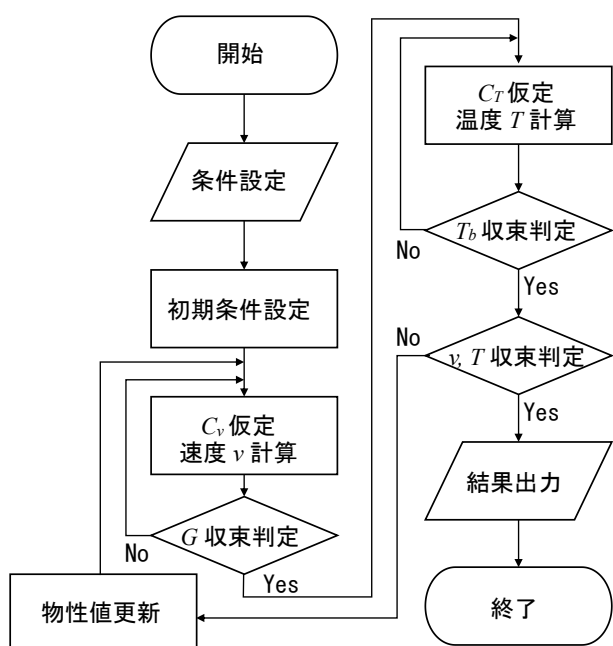


図3 計算フローチャート

表1 計算条件

流体		水
圧力 $P$	MPa	26.0
流路幅 $H$	mm	0.10
質量速度 $G$	kg/(m <sup>2</sup> ·s)	100, 200, 300
熱流束 $q$	kW/m <sup>2</sup>	10 ~ 300
主流体温度 $T_b$	°C	340 ~ 440
レイノルズ数 $Re$	-	130 ~ 1030

0.10 mm の流路を流れるものとし、質量速度および熱流束、主流体温度を変化させて計算を行なう。なお、平行平板間流れでの臨界レイノルズ数は 1350 (Patel and Head<sup>(7)</sup>)、1440 (Davies and White<sup>(8)</sup>) 等の実験値が知られている。超臨界圧では、粘性係数が小さくなる高温側でレイノルズ数が大きくなるが、いずれの計算条件でもこれらの臨界レイノルズ数を超えないことを確認した。

### 3.2 解析結果

図4は、計算によって得られた主流体温度に対する熱伝達率を、熱流束をパラメータとして示したものである。図中には、定物性流れにおけるヌセルト数  $Nu = 4.118$  より算出した熱伝達率を破線で示している。なお、ヌセルト数が一定値となる定物性流れにおける熱伝達率は、式(16)に示されるように代表寸法に対して流体の熱伝導率のみの影響によって決定される。図より、全体的には、主流体温度に対する超臨界圧流体の層流熱伝達率は、定物性流れの熱伝達率、すなわち熱伝導率の変化に近い傾

向を示す。特に、主流体温度がおよそ 350 °C までの擬臨界温度に対して十分に低温である温度域では、熱流束の違いによる熱伝達率への影響は見られず、定物性流れでの熱伝達率とほぼ近い値を示す。一方で、主流体温度が擬臨界温度 388 °C に近づくにつれて、熱伝達率は定物性流れでの熱伝達率よりも徐々に大きい値を示すようになり、擬臨界点よりも低い温度領域において、極大値を示すことがわかる。熱伝達率が極大値を示す主流体温度は、熱流束が大きくなるにつれてより低温側に移動し、また極大値は大きくなる。熱伝達率が極大値を示した後、いずれの熱流束条件においても、熱伝達率は急激に低下して定物性流れでの熱伝達率を下回る。この時、熱流束が大きいほど同じ主流体温度での熱伝達率の低下は大きい。主流体温度が擬臨界温度を超えた高温域になると熱流束による熱伝達率の差は徐々に小さくなり、さらに高温側の領域では定物性流れでの熱伝達率に漸近するが、十分液側の低温域に比べると、熱流束の違いによる熱伝達率への影響が、より広い温度領域に渡って残存する。

以上の傾向は、定物性流れでの熱伝達率には見られないものであり、物性値に温度依存性を有する超臨界圧流体特有の特性と言える。また、熱伝達率の極大点は、大規模な熱流動計算でも類似の傾向が得られており、今回の十分発達した流れの一面のみでの解析でも特性の傾向を捉えることが可能であることが分かった。

図5は、主流体温度に対するヌセルト数の関係を、熱流束をパラメータとして示したものである。図中には定物性流れでのヌセルト数  $Nu = 4.118$  を破線で示している。図より、擬臨界温度に対して十分低温側ではヌセルト数は、定物性流れとほぼ同値となる。また、主流体温度が擬臨界温度に近づくにつれて、ヌセルト数は徐々に大きくなって極大値を示し、熱流束が大きくなる程、極大値となる主流体温度は小さくなる。しかしながら、図4で示された熱流束と異なり、ヌセルト数では極大値の大きさはほぼ一定値を示した。また、さらに高温になると、ヌセルト数は主流体温度の上昇とともに急激に低下し、主流体温度が擬臨界温度をわずかに超えたところで極小値を示す。本研究の計算範囲においては、このときの主流体温度は熱流束に関わらず 390 °C で一定となった。さらに高温側の領域ではヌセルト数は極小値から徐々に回復し、定物性流れでの熱伝達率に漸近するが、十分液側に比べて、より高温側にも熱流束の違いによる影響が残存することが分かる。

図6は、流れ断面内における速度、温度および密度、比熱、粘性係数、熱伝導率の変化を、主流体温度をパラメータとして示したものである。横軸  $y$  は伝熱面からの距離であり、図では、伝熱面から断面中心までを示している。また、主流体温度で 340 °C は十分液側、382 °C は熱伝達率の極大点、390 °C は熱伝達率の極小点、440 °C

は十分気体側の温度である。図より、340℃においては、流れ断面内での物性値変化は極めて小さく、ほぼ定物性流れとみなせることが分かる。これに対して382℃および390℃では、断面内での物性値変化が大きく、特に定圧比熱において大きな変化がみられる。熱伝達率が極大となる382℃では伝熱面付近の温度が擬臨界温度近傍となり、定圧比熱が極めて高くなる。一方、熱伝達率が極小となる390℃では断面中心側の温度が擬臨界温度近傍となり定圧比熱は極大となるが、より高温となる伝熱面付近での定圧比熱は低くなる。以上のことから、超臨界圧における熱伝達には伝熱面付近での定圧比熱の影響が示唆される。なお、440℃での物性値変化は340℃と同様に小さい。しかしながら、熱伝導率が小さいことから340℃と比べて断面内での温度変化が大きくなり、高温となる伝熱面付近での定圧比熱がいくぶん低下する。擬臨界温度より十分高い温度領域において、ヌセルト数が定物性流れでの  $Nu = 4.118$  に比べて低くなる原因は、この伝熱面付近での定圧比熱の低下が一因と考えられる。

図7は、主流体温度に対する伝熱面温度でのプラントル数  $Pr_w$  の関係を、熱流束をパラメータとして示したも

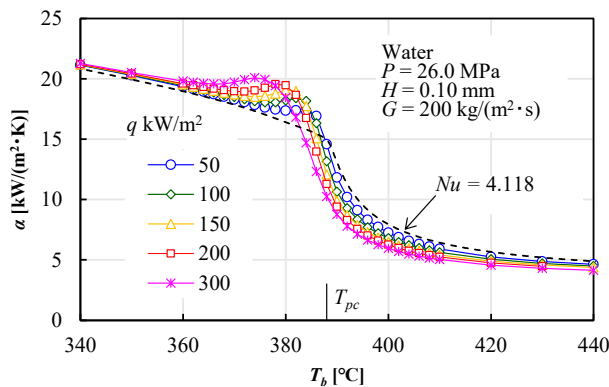


図4 熱伝達率と主流体温度の関係

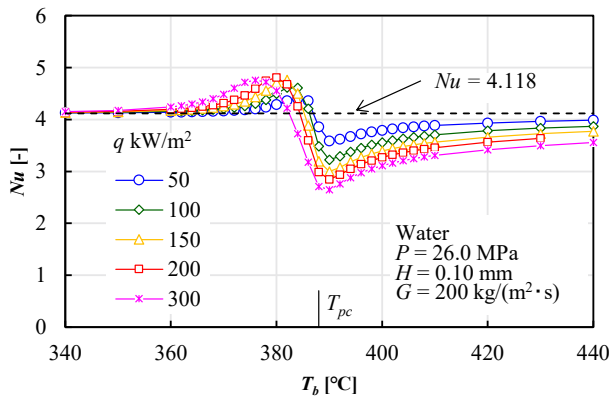


図5 ヌセルト数と主流体温度の関係

のである。図より、熱流束が大きくなるにつれて伝熱面温度でのプラントル数の極大値は低温側に移動する。また、このときの極大値となる主流体温度は、ヌセルト数が極大値となる主流体温度にほぼ一致した。

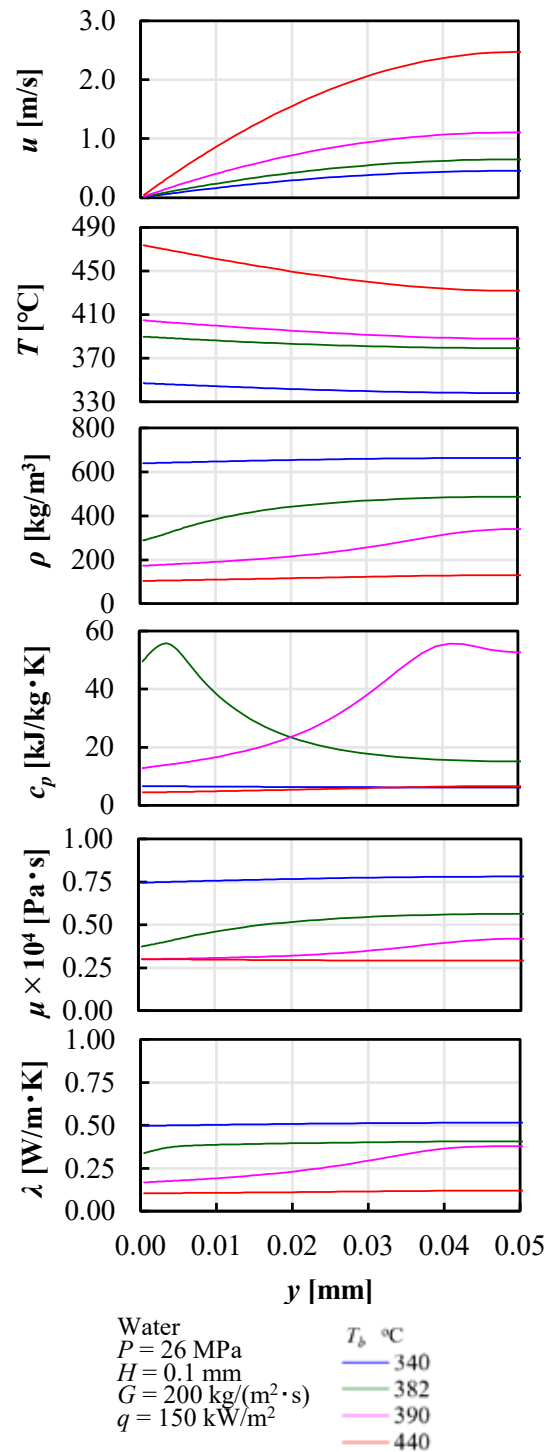


図6 流れ断面内における諸量変化

図8は、主流体温度に対する熱伝達率の関係を、質量速度をパラメータとして比較したものである。図より、質量速度の違いに対する熱伝達率の変化は極めて小さいことが分かる。

以上から、本研究が対象とした平行平板間での超臨界圧流体の層流熱伝達については、ヌセルト数に対するレイノルズ数の影響は小さく、伝熱面温度でのプラントル数を用いた無次元整理が有効であると考えられる。

#### 4. 結論および今後の展望

平行平板内での超臨界圧流体の層流熱伝達に関して、十分発達した局所断面を対象とした数値解析より特性について検討を行なった。以下に結論をまとめる。

- 1) 局所断面のみを対象とした解析においても、超臨界圧流体の熱伝達の特徴である擬臨界点近傍での熱伝達率の極大点の発生および熱流束による影響等の特性を捉えることができる。
- 2) 流れ断面内での物性値変化が熱伝達特性に与える影響は、擬臨界点近傍から気体と見なせる高温領域にかけ

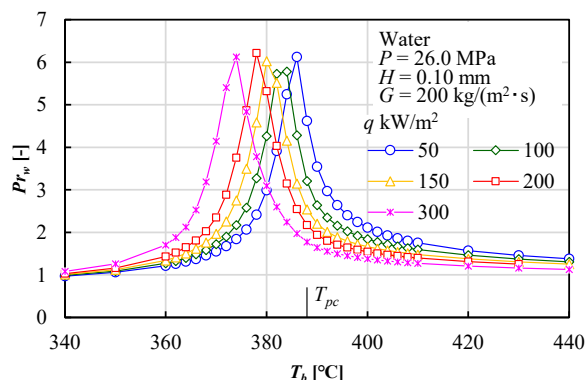


図7 伝熱面プラントル数と主流体温度の関係

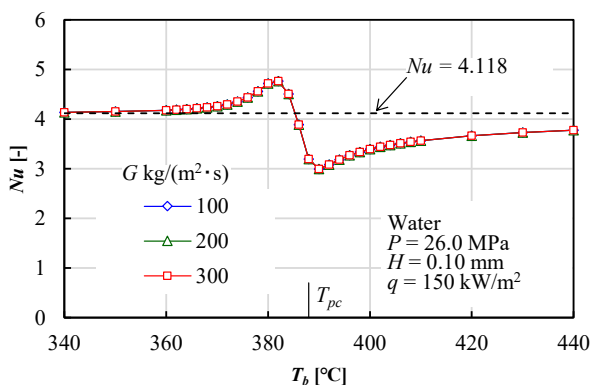


図8 ヌセルト数に対する質量速度の影響

てみられ、伝熱面付近での定圧比熱による熱拡散効果の変化が主たる要因と考えられる。

- 3) 質量速度の違いが熱伝達特性に与える影響は、前者が与える影響に比べて極めて小さい。

今後は、計算条件を増やしてより詳細な検討を行なうほか、大規模熱流動計算との比較による整合性の確認、熱伝達整理式の提案に向けた検討を実施予定である。

(令和4年9月16日受付)

(令和4年11月4日受理)

#### 参考文献

- (1) K. Yamagata, *et al.* : “Forced Convective Heat Transfer to Supercritical Water Flowing in Tubes”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol.15, No.12, pp.2575-2593 (1972).
- (2) J. D. Jackson and W. B. Hall : “Forced Convection Heat Transfer to Fluids at Supercritical Pressure”, *Turbulent Forced Convection in Channels and Bundles* edited by S. Kakaç and D. B. Spalding, Hemisphere Pub., Vol.2, pp.563-611 (1979).
- (3) Y. Omura, *et al.* : “Uniform Organically Modified CeO2 Nano-Particles Synthesized from Carboxylate Complex under Supercritical Hydrothermal Conditions: Impact of Ce Valence”, *J. Phys. Chem. C*, vol.126, No.13, pp.6008–6015 (2022).
- (4) C. Dang and E. Hihara : “Numerical study on in-tube laminar heat transfer of supercritical fluids”, *Appl. Therm. Eng.*, Vol.30, pp.1567-1573 (2010).
- (5) E. W. Lemmon, *et al.* : “NIST Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties - REFPROP Ver.10.0”, National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg, (2018).
- (6) I. H. Bell, *et al.* : “Pure and Pseudo-pure Fluid Thermophysical Property Evaluation and the Open-Source Thermophysical Property Library CoolProp”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol.53, No.6, pp.2498-2508 (2014).
- (7) V. C. Patel and M. R. Head : “Some Observations on Skin Friction and Velocity Profiles in Fully Developed Pipe and Channel Flows”, *J. Fluid Mech.*, Vol.38, Part1, pp.181-201 (1969).
- (8) S. J. Davis and C. M. White : “An Experimental Study of the Flow of Water in Pipes of Rectangular Section”, *Proc. of Royal Society*, A119, pp.92-107 (1928).