調査報告

池部啓太の砲術書－用数と公式－

久保田智 [1]

Books on ballistic drills completed by Keita Ikebe

Satoshi Kubota[1]

Keita Ikebe (1797-1868) was a hojutsuka (ballistic specialist) of the Higo Domain in the end of the Edo period. He served as the grand master of hojyutu at Jishukan, a domain school. This report explained theoretical formula based on Newtonian science and his two books on ballistic theory.

キーワード：池部啓太、砲術書、理論式、単振子、自由落下

Keywords：Keita Ikebe, Book on ballistic drills, Theoretical formula, Simple pendulum, Free-fall

１．はじめに

池部啓太[(1)]（1797-1868）は、肥後藩校時習館で天文算術や西洋砲術の師範を務めた人物である。当時の啓太の名声は高く吉田松陰が訪れた記録もあり、阿波藩士の手紙には、「…啓太先生は藩算家五家の上席で…池部氏発明に、西洋振子の理を以て…門人が700～800人…」と記述[(2)]されており、啓太を取り巻く盛況ぶりとその砲術算法の独自性が読み取れる。啓太自身は、弾道の理を得るためには数学の習得が不可欠であると説いている[(3)]。

本報告では、池部啓太の砲術書[(4)(5)]で用いる公式を導き、その砲術算法の一端を解説する。

２．池部啓太の砲術書２編について

2.1 啓太の学んだ物理学

池部啓太は伊能忠敬が九州測量を行う際に父・長十郎とともに測量術を学んだとされ，肥後藩領内の詳細測量も行っている[(1)(2)]。さらに，江戸幕府の長崎海軍伝習所への遊学を経て西洋砲術を学び，高島秋帆の随身第一の門人として西洋砲術流の系譜（志筑忠雄－末次忠助－高島秋帆－池部啓太－田結荘千里）に連なる人物である[(3)]。

志筑忠雄は「暦象新書」（オランダ語のニュートン力学入門書）の翻案著者であるので、啓太が理解した物理法則は、現在の物理学入門で学ぶレベルにある。一般に、重力、遠心力、単振子の等時性、落下運動などの物理現象の理論式は、質量、加速度、円周率を基本量、基本定数に用いて表す。

一方、本報告で取り上げる２つの砲術書、

・文献（4）「萬動貫通砲弾篇式解之上」

・文献（5）「衆動一貫矢位全書附録」

では、陽に加速度と円周率は用いず、単振子の糸の長さ、一秒間の落下距離、地球の全周と直径、脈拍周期、「円周率自乗之半」を定数としている。なお、力を求める際に質量が欠如している。また、有効数字は考慮されていない。本報告では、砲術書の値はそのまま記載するが、解説の演算は有効数字４桁で行うことにする。

2.2 単位と用数（定数）

当時は、蘭学書の単位を尺貫法に換算する際の値が「伊能標準」、「伊能曲尺」、「近代的尺度標準」と変遷する時期であった[(6)]。表１に本報告で用いた近代的尺度標準による長さの単位の換算値を示す。

文献（4）は、用数、用数の求め方、用例、砲術用語の定義等で構成されている。主なものを表２，表３に示す。

表１　長さの単位と換算値

1 尺= 0.3030 m
1 丈= 10 尺= 100 寸= 3.030 m
1 間 = 6 尺= 1.818 m
1 町= 60 間 = 109.1 m
補助単位として使用しているもの
分(歩) = 1/10，厘= 1/100，毛= 1/1000
反= 1/10，畝= 1/100
合= 1/10，勺(夕) = 1/100，才= 1/1000，弗= 1/10000

1 共通教育科（熊本高等専門学校名誉教授）
〒866-8501　熊本県八代市平山新町 2627
Faculty of Liberal Studies
2627 Hirayama-Shinmachi, Yatsushiro-shi, Kumamoto, Japan
866-8501

文献（5）は、自由落下と斜方投射に関する 2 つの設問と解答であり、砲術算法の手順を読解することに役立つ。表 4 に主な用数とその値を示す。

表 2　文献（4）の主な用数

用数	値	換算値
熊本北極出地度 （熊本の緯度）	三十二度四十八分	32.80°
落法率	四個九三四八三	4.935
一脈時振子	一尺九四七九七	0.5902 m
一秒時振子	三尺二寸五分	0.9848 m

表 3　用数の求め方

北極出地度 緯度の測り方は、別録にある。
一秒時振子 緯度ごとの求め方は、暦象新書にある。
落法率　置円周率自之半之落法率トス 円周率自乗半 $\pi^2/2 = 4.935$ を落法率とする。
一秒時下落 ［一秒時下落］＝［一秒時振子］×［落法率］ 暦象新書に詳しい説明がある。
人脈ハ大同小異ナリ故其中数ヲ取リ七十七有半鼓ヲ以テ一分時トス　求一秒時之脈数 人の脈拍数は大同小異なので、平均を 1 分間に 77.5 拍とし、脈拍の周期は $60/77.5$ 秒とする。

表 4　文献（5）の主な用数

ア地球全周一千三百一十八万六千八百六十七丈六尺七寸余 地球の全周　131,868,676.7 尺 ＝39,960,000 m
イ一昼夜之秒数八万六千一百六十秒 1 昼夜の秒数　86,160 秒（*1）
ウ地球全経四百一十九万七千五百一十丈三尺五寸 地球の直径　41,975,103.5 尺 ＝12,720,000 m
エ赤道之遠心力五分五厘八毛（*2） 赤道の遠心力の値　0. 558（*2）
オ一秒時一単行垂線球長極三尺二寸六分五厘（*3） 北極で 1 秒間に左右 1 往復揺れる単振子（周期 2 秒）の糸の長さ　3.265 尺 ＝0.9893 m
キ定法四九三四八　定法者円周率自乗之半也 定法＝円周率自乗半 $\pi^2/2 = 4.935$

（表中の□は 4.1 で示す記号に対応する。）

(*1) 1 昼夜は 1 恒星日のことで、地球が 360° 自転する時間である。地球の自転方向が公転と同じ方向であるため 1 平均太陽日＝86,400 秒で地球は約 361° 回転する。 $\therefore$ 1 恒星日 $= 86{,}400(1-360/365) = 86{,}160$ 秒

(*2) 4.1 で示す通り、正しくは遠心力の 1/2 の値である。

(*3) 3.5 で示す規定値とする定数である。

３．砲術書の理論式

3.1 引力、遠心力、重力

砲術書には暦象新書に説明がある旨を記載してあるが、物理学入門の課題として、必要となる公式を「円周率自乗半」が陽に表れる形で定式化する。なお、砲術書では質量が欠如しているので、整合性をとるために、質量の値は 1 とする。この場合、力と加速度の値は等しくなるので、「力」を「力の値」と表記する。

地球を球体と考えると、地球上の物体に働く引力の値は一定である。また、地球の全周 L と直径 D あるいは半径 R より円周率が求まる。

$$\pi = \frac{L}{D} = \frac{L}{2R} \quad \cdots\cdots(1)$$

自転による赤道上（回転半径 R ）の遠心力 f_0 の半分の値は、1 恒星日の秒数 N とし、(1) 式を用いて整理すると次の公式より求められる。

【公式 1】 $$\frac{f_0}{2} = R \times \left(\frac{2\pi}{N}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{D} \times \left(\frac{L}{N}\right)^2 \quad \cdots\cdots(2)$$

緯度 ϕ の地点では回転半径が $R\cos\phi$ となるので、自転による遠心力の値は次式となる。

$$f_\phi = f_0 \cos\phi \quad \cdots\cdots(3)$$

回転半径が 0 の北極では遠心力が働かないので、引力と重力の値は等しい。したがって、各地点の重力の値 g_ϕ は北極の重力の値 g^* から遠心力の値 f_ϕ を減じて求まる。

$$g_\phi = g^* - f_0 \cos\phi \quad \cdots\cdots(4)$$

本来は、作用方向を補正して (5) 式あるいは余弦定理を用いて (6) 式とすべきである（図 1 参照）が、砲術書では (4) 式を用いている。遠心力は重力の約 1/300 の値であるので、式の違いによる影響は大きくない。

$$g_\phi = g^* - f_0 \cos^2\phi \quad \cdots\cdots(5)$$

$$g_\phi = \sqrt{(g^*)^2 + f_0^2 - 2g^* \cdot f_0 \cdot \cos\phi} \quad \cdots\cdots(6)$$

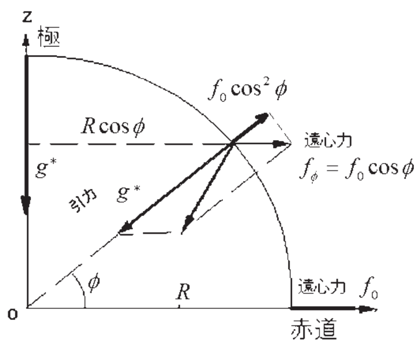

図 1．引力、遠心力、重力

3.2 単振子の等時性と重力

単振子の等時性は、周期T、糸の長さl、重力加速度gを用いて、次式で表される。

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \cdots\cdots (7)$$

同一地点では重力加速度が一定値であるので、糸の長さは周期の 2 乗に比例する。したがって、2 つの単振子の周期と糸の長さをそれぞれ、T_1、l_1、T_2、l_2とすると、同一地点では次の関係式が成り立つ。

$$l_2 \times T_1^2 = l_1 \times T_2^2 \quad \cdots\cdots (8)$$

単振子の等時性は質量に無関係であるので、砲術書の取り扱いに準じると、重力加速度は重力の値と同値である。よって、重力の値は（7）式より次式で表される。

$$g = l \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \cdots\cdots (9)$$

周期Tが同じになるように糸の長さを調整する場合、北極および緯度ϕの地点のそれぞれの糸の長さをl^*、l_ϕとして（9）式より求めた重力の値をそれぞれ（4）式に代入して整理すると、次の式が導かれる。

$$l_\phi = l^* - f_0 \times \cos\phi \times \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad \cdots\cdots (10)$$

ここで、表 2 の一秒時振子の数値から逆算すると、砲術書では周期$T = 2$秒の単振子（2 秒振子とよぶ）を使用して、1 往復を 2 回（往と復を 1 回ずつ）にカウントしていることが考察できる。したがって、「円周率自乗半」を陽に用いて（10）式を整理すると、2 秒振子の糸の長さ$l_{T=2}$を求めるための公式が導かれる。

【公式 2】 $$l_{T=2} = l^* - \frac{f_0}{2} \times \cos\phi \div \left(\frac{\pi^2}{2}\right) \quad \cdots\cdots (11)$$

3.3 単振子および脈拍による時間計測

単振子の 1 周期の揺れ（1 往復）をカウントすると、カウント数nの経過時間tは次式となる。

$$t = T \times n \quad \cdots\cdots (12)$$

2 秒振子では 1 周期を 2 回、すなわち、0.5 周期（1 秒）を 1 回とカウントするので、カウント数n_kにより経過秒数が計測できる。

$$t = n_k \quad \cdots\cdots (13)$$

江戸時代の時刻制度は不定時法である。不定時法は、一日を昼と夜に分けてそれぞれ 6 等分して一刻としたため、一刻の長さが昼と夜、季節によって変動する複雑な時刻制度であった。当時は身近に一定の時を刻むものとして脈拍を使用していたようである。表 3 より、脈拍の平均周期として次の値を採用していたことがわかる。

$$T_m = \frac{60}{77.5} \quad \cdots\cdots (14)$$

ここで、脈拍の周期に等しい単振子（脈拍振子とよぶ）の糸の長さl_mと 2 秒振子の糸の長さ$l_{T=2}$には（8）式で示される関係があるので、次の公式が導かれる。

【公式 3】 $$4l_m = l_{T=2} \times T_m^{\,2} \quad \cdots\cdots (15)$$

3.4 自由落下距離

重力の値gの地点において、物体がt秒間に自由落下する距離は次式で与えられるので、

$$h_t = \frac{g}{2} \times t^2 \quad \cdots\cdots (16)$$

（9）式を代入して整理すると、次の式が導かれる。

$$h_t = l \times \frac{4}{T^2} \times \frac{\pi^2}{2} \times t^2 \quad \cdots\cdots (17)$$

したがって、2 秒振子の場合、自由落下する距離は、

$$h_t = l_{T=2} \times \frac{\pi^2}{2} \times t^2 \quad \cdots\cdots (18)$$

となるので、1 秒間に自由落下する距離は次の公式で求まる。

【公式 4】 $$h_{1s} = l_{T=2} \times \left(\frac{\pi^2}{2}\right) \quad \cdots\cdots (19)$$

同様に、脈拍振子の場合、自由落下する距離は、

$$h_t = l_m \times \frac{4}{T_m^{\,2}} \times \frac{\pi^2}{2} \times t^2 \quad \cdots\cdots (20)$$

となるので、1 脈拍時（$t = T_m$）に自由落下する距離は次の公式で求まる。

【公式 5】 $$h_{1P} = 4l_m \times \left(\frac{\pi^2}{2}\right) \quad \cdots\cdots (21)$$

3.5 砲術書の物理定数の規定値

現代の物理学で用いる理論式は、国際度量衡総会で規定した標準重力加速度 9.80665 m/s^2（北緯 45 度の海上での値）を採用している。また、1 秒はセシウム原子の出す電磁波の周期の 9,192,631,770 倍と定義されている(7)。

同様に、砲術書の公式を物理現象の理論式とするためには、標準重力加速度および 1 秒に対応する物理定数の規定が必要である。砲術書に示された種々の値から考察すると、表 4 の「一秒時一単行垂線球長之極」が規定値に相応しい値である。また、時間の規定値は、振子の周期である。したがって、砲術書の物理定数の規定値は次の通りとする。

1）北極における 2 秒振子の糸の長さは、3.265 尺

2）2 秒振子の周期は、2 秒

3）脈拍の平均周期は、$60/77.5 = 0.7742$ 秒

4．砲術書の解説

4.1 「衆動一貫矢位全書附録」問１の解説

原文を次に示す。$\boxed{}$は、表４で示した数値を略した。なお、【　】は加筆している。【之半】は砲術書の値と理論値との整合性を取るために必要となる加筆である。

> 一如設北極出地度分若干一秒
> 時之下行求幾何
> 答曰依術求之
> 術曰置地球全周$\boxed{\text{ア}}$以一昼夜
> 之秒数$\boxed{\text{イ}}$除之自之以地球全経
> $\boxed{\text{ウ}}$除之得赤道之遠心力【之半】
> $\boxed{\text{エ}}$五分五厘八毛以其地之北極
> 出地度之余弦再乗之以全数再
> 除之得其地之遠地心力以減一
> 秒時一単行垂線球長之極$\boxed{\text{オ}}$得
> 其地之一秒時一単行垂線之長
> 【$\boxed{\text{カ}}$】以定法$\boxed{\text{キ}}$乗之得一秒時
> 之下行【$\boxed{\text{答}}$】

<u>問１</u>　熊本（$\phi = 32.80^\circ$）において、物体が１秒間に自由落下する距離を求めよ。

<u>解答</u>

$\boxed{\text{ア}}$ 地球全周　　$L = 131{,}868{,}676.7$ 尺

$\boxed{\text{イ}}$ １昼夜秒数　$N = 86{,}160$ 秒

$\boxed{\text{ウ}}$ 地球全経　　$D = 41{,}975{,}113.5$ 尺

$\boxed{\text{エ}}$ 赤道上の遠心力の 1/2 の値

【公式１】
$$\frac{f_0}{2} = \frac{1}{D} \times \left(\frac{L}{N}\right)^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}} \times \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\right)^2 = 0.05581$$

$\boxed{\text{オ}}$ 北極での２秒振子の糸の長さ　$l^* = 3.265$尺

$\boxed{\text{カ}}$ 熊本での２秒振子の糸の長さ

【公式２】
$$l_{T=2} = l^* - \frac{f_0}{2} \times \cos\phi \div \left(\frac{\pi^2}{2}\right) = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{エ}} \times \cos 32.80^\circ \div \boxed{\text{キ}} = 3.255\text{尺}$$

$\boxed{\text{キ}}$ 全数＝定法＝円周率自乗半　$\dfrac{\pi^2}{2} = 4.935$

$\boxed{\text{答}}$ 熊本で１秒間に自由落下する距離

【公式４】
$$h_{1s} = l_{T=2} \times \left(\frac{\pi^2}{2}\right) = \boxed{\text{カ}} \times \boxed{\text{キ}} = 16.06\text{尺} = 4.866\,\text{m}$$

4.2 「萬動貫通砲弾篇式解之上」の主な用数計算

熊本北極出地度	三十二度四十八分＝32.80°
1）一秒時振子	三尺二寸五分
2）一脈時振子	一尺九寸四七九七
3）落法	二間六七三〇三三
4）脈時落法	一間六〇二一五

1）熊本（緯度 32.80°）での２秒振子の糸の長さ

4.1 $\boxed{\text{カ}}$より、$l_{T=2} = 3.25$尺　（砲術書の桁数）

2）熊本での脈拍振子の糸の長さの４倍（*4）

【公式３】
$$4l_m = l_{T=2} \times T_m^{\ 2} = 3.25 \times \left(\frac{60}{77.5}\right)^2 = 1.948\text{尺}$$

3）熊本で１秒間に自由落下する距離

【公式４】
$$h_{1s} = l_{T=2} \times \left(\frac{\pi^2}{2}\right) = 3.25 \times \frac{\pi^2}{2} = 16.04\text{尺} = 2.673\text{間}$$

4）熊本で１脈拍時に自由落下する距離

【公式５】
$$h_{1P} = 4l_m \times \left(\frac{\pi^2}{2}\right) = 1.948 \times \frac{\pi^2}{2} = 9.613\text{尺} = 1.602\text{間}$$

（*4）一脈時振子は、振子の糸の長さの４倍となる。

5．おわりに

池部啓太の砲術書に関する文献調査は数年前に取りかかったが、射擲表（投射角、到達時間、到達距離の関係表）や火薬量などの値だけが記載された砲術書であったため、どのような理論式に基づいているかを読解できずに埋もれさせていた。文献（1）に記載された砲術書一覧を参考に再調査し、理論式の読解に役立つ文献に巡り合った。本報告では、砲術書で用いる基本公式を導き、自由落下距離の算法手順について解説した。斜方投射等の解説は別報とする。

私事であるが、今年度末で 40 年間の教職を辞する。担当した教科は「測量学・同実習」に始まり、「地球物理学入門」「土質力学」「数学」など多岐に及んだが、それらを複合した知識が砲術算法の読解に役立った。本校が特色とする融合・複合工学の効用でもあり、本校の更なる充実発展を期待する。最後に、文献（1）発刊者の平田稔氏、紀要投稿を勧めていただいた BC 科二見能資先生に記して感謝する。また、教職生活を支えてくれた家族に感謝する。

（平成 30 年９月 25 日受付）
（平成 30 年 12 月５日受理）

参考文献

(1) 平田稔：「池部啓太」，たまきな出版，(2017).
(2) 瀬戸到誠：「幕末肥後藩における洋学受容」，近代における熊本日本アジア，熊本近代史研究会，pp.98-137 (1991).
(3) 吉田忠：「池部啓太の弾道学」,東北大学日本文化研究報告書,20, pp.67-96 (1984).
(4) 池部啓太：古文書（複製）「萬動貫通砲弾篇式解之上」，熊本県立図書館蔵書 (明治２年写し).
(5) 池部啓太：古文書（複製）「衆動一貫矢位全書附録」，熊本県立図書館蔵書 (明治２年写し).
(6) 山田研治：幕末のメートル法による近世度量衡の生成，計量史研究，日本計量史学会，42，pp37-48（2014）
(7) 国立天文台：「理科年表」,丸善出版，pp.156,335, (2017).