

一軸二輪倒立振子の特性検証による倒立動作の安定化

遠藤 厚志*

Stabilization of the inverted operation by performance verification
of two-wheeled inverted pendulum uniaxial

Atsushi Endo*

This paper describes the control operation verification and improvements of two-wheeled inverted pendulum uniaxial. The purpose of this experimental study is to show a significant content of control with an inverted moving from the point of software. Motion control model of the inverted pendulum which is used in this research is created in terms of the state equations, the operation amount, the servo system and the state observer. In addition, the feedback gain is calculated by the pole placement method and the optimal regulator. The simulation is verified with the actual operation. As a result, inverted moving stable operation was shown to be achieved by not only reveal the elements of the operation and control the output voltage of the motor, weighting is performed on them.

キーワード：倒立振子，動作制御，特性検証

Keywords：Inverted Pendulum, Motion Control, Performance Verification

1. 諸言

1.1 研究の背景・目的

倒立振子は，逆立ちした振り子を倒れないように制御している．これは，人が手のひらの上に立てた棒を倒れないようにすることと同様である．

倒立振子を応用した制御システム例として，Dean Kamen が 2001 年に発表した高機能スクーターとしてのセグウェイ⁽¹⁾が広く知られている．この倒立振子は電力起動であるため，排気ガスがなく環境負荷が低いことや，一回の充電で数十 km の走行ができること，走行・停止・回転性に優れていること等の特徴がある．その反面，実証実験が開始された⁽²⁾ものの，公道での使用が認められていないことから日本での利用は私有地内に限られる．その機動性・利便性の良さから，基礎的な実験や研究が行われ，自律型移動支援ロボット等への展開が図られている．近い将来，倒立振子を用いた製品の日常生活への浸透と共に，その普及が期待される．一方，倒立振子はフィードバック制御を理解する基本的なものの一つとして扱われることから，学生実験や基礎研究の対象となっている．

本研究では，倒立制御キットによる二輪倒立振子の製作とモデリング・シミュレーションによる動作解析を通して，倒立走行制御での重要な要素を検証することと共に，ソフトウェアの視点から動作の改良点を提案することを目的とする．

基礎的な動作解析と検証を実施するため，本研究では株式会社北斗電子より販売されている“倒立制御学習キット PUPPY” (図 1) を実験機として用いる⁽²⁾．最初に実験機

の概略を整理する．本機は本体基板中央部に取り付けられている圧電振動ジャイロセンサにより本体の傾斜角速度を検出し，傾斜角速度に比例した電圧が出力される．この出力電圧を，さらに増幅して CPU の AD 変換器に入力している．また，車輪の回転角を検出する方法としてモータ軸に取り付けたエンコーダディスクとフォトインタラプタを組み合わせたフォトロータリエンコーダを用いている．出力がそれぞれ外部割込み端子に接続されており，一方の割り込み処理中に他方の出力レベルを観測することで正回転，逆回転の判別が可能である．



図 1 本研究で使用した実験機

実際に動作させると実験機の倒立走行は確認できる．しかし，車輪の回転制御がある程度のところまで一定となり，車輪の動作が収束（静止）しない．これは後述する車輪の回転角速度 $\dot{\phi}$ や実験機本体の傾斜角速度 $\dot{\theta}$ などの制御パラメータの設定や構成部材の仕様等，何らかの原因があることを示している．

そこで，本研究では，車輪の回転をゼロに近づけ静止状態，すなわち安定した倒立状態を実現することを目標とする．この実現方法はハードウェアを作り変える方法とソフトウェアを作り変える方法の二つが挙げられる．ハードウェアの場合，実験機あるいは関連部材を複数多く用意する必要がある．コストが掛かるだけでなく比較するのも難しいため，本研究では実験機の構成部材改変は行わない．ソ

* 制御情報システム工学科
〒861-1102 熊本県合志市須屋 2659-2
Dept. of Control and Information Systems Engineering,
2659-2 Suya, Koshi-shi, Kumamoto, Japan 861-1102

フトウェアの場合、プログラムの改変で対応できるため、動作の比較も容易にできる。今回はソフトウェアに着目し、倒立動作の解析と改良を目指すこととした。

1.2 関連研究

(1)大賀ら⁽⁴⁾は、組込みソフトウェアの開発効率及びプログラム品質向上が期待されるモデルベース開発を導入し、この開発手法における一連の設計工程を実践することで台車型倒立振子制御を実現した。制御対象及びコントローラのモデリングを行い、モデルシミュレーションによる設計検証を行った。設計したコントローラモデルを用いて実機を制御するリアルタイムシミュレーションにて制御系設計の検証を行った後、離散化したコントローラモデルからプログラムを自動コード生成してマイコンへ実装した。その結果、必要最低限のコーディングと検証で倒立振子制御を実現した。

(2)江上⁽⁵⁾は、二輪形倒立振子についてのモデル化を経て、不明なパラメータの同定、実験機の姿勢制御、シミュレーションを行なった。すなわち、実験機のモデリングを行い、不明なパラメータであるトルク係数、モータの回転角速度を実験、プログラムを用いて算出した。最適レギュレータよりフィードバックゲインを導出し、シミュレーションを行なった後、実験機へ実装した。その結果、シミュレーションでは安定したが、実験機では安定しなかった。同定実験によって得られたパラメータに再考の余地があると述べている。

(3)児島⁽⁶⁾は、制御の学習教材としての活用を目的とし、車輪型倒立振子のモデル化、極配置法・最適レギュレータを用いてコントローラ設計を行なった。実験機のモデリングを実施した後、コントローラ設計を行なうために極配置法、最適レギュレータよりフィードバックゲインをそれぞれ求め、シミュレーションを行ない、制御要素として出力電圧、車体の角度を示した。安定した動作を実現できず、課題としてより正確なモデルの作成を挙げている。

上記研究は、倒立振子の動作制御を行うためには、状態量に着目した制御モデルの作成とシミュレーションによる検証の重要性を示している。そこで、ソフトウェアの視点から倒立振子の安定した倒立状態を実現するため、

- (1) シミュレーションを行うための制御モデルの作成
- (2) 状態量に着目したモデリング

からの解析に着目して本研究を実施する。

2. 制御モデル構築とシミュレーション方法

2.1 モデル式の導出

実験機の制御モデルを作成するため、骨格となる動作原理について、(1)状態方程式、

(2)離散時間制御モデル、(3)

倒立走行制御系の構成、(4)1

制御遅れの制御系の構成から

整理し、モデル式を導出過程と共に次に示す⁽²⁾。

(1)状態方程式

Lagrange方程式を用いて本機のモデリングを行う。

最初に、Lagrange方程式を求めるにあたって図2に対する変数及びパラメータの記号を表1のように定義する。

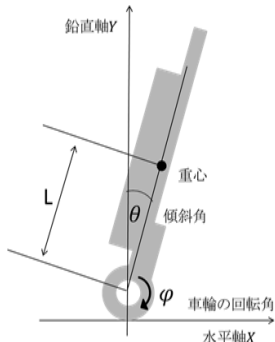


図2 実験機の模式図

ここで、表1で示される各パラメータより得られるLagrangeの運動方程式は次のようになる。

$$\begin{cases} a\ddot{\varphi} + (a + b \cos \theta)\ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 b \sin \theta + D_{\varphi}\dot{\varphi} = \tau \\ (a + b \cos \theta)\ddot{\varphi} + (a + 2b \cos \theta + c)\ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 b \sin \theta - u \sin \theta + D_{\theta}\dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ただし、定数部分は以下のようになっている。

$$\begin{cases} a = (m + M)r^2 + J \\ b = MrL \\ c = ML^2 + I \\ u = MgL \end{cases}$$

これらの方程式より、倒立状態について考えると、これを満足するパラメータは

$$\begin{cases} \theta = 0 \\ \dot{\theta} = 0 \\ \cos \theta \approx 1 \\ \sin \theta \approx \theta \end{cases}$$

と示される。Lagrange方程式(1)式を線形近似させると

$$\begin{cases} a\ddot{\varphi} + (a + b)\ddot{\theta} + D_{\varphi}\dot{\varphi} = \tau \\ (a + b)\ddot{\varphi} + (a + 2b + c)\ddot{\theta} - u\theta + D_{\theta}\dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

となる。上式を $\ddot{\theta}$ 、 $\ddot{\varphi}$ について変形し状態方程式の形にすると

$$\begin{cases} a\ddot{\varphi} + (a + b)\ddot{\theta} + D_{\varphi}\dot{\varphi} = \tau \\ (a + b)\ddot{\varphi} + (a + 2b + c)\ddot{\theta} - u\theta + D_{\theta}\dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

となる。ただし、行列の各要素は

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{au}{ac - b^2} & a_{22} &= \frac{-aD_{\theta}}{ac - b^2} \\ a_{23} &= \frac{(a + b)D_{\varphi}}{ac - b^2} & a_{31} &= \frac{-(a + b)}{ac - b^2} \\ a_{32} &= \frac{(a + b)D_{\theta}}{ac - b^2} & a_{33} &= \frac{-(a + 2b + c)D_{\varphi}}{ac - b^2} \\ b_2 &= \frac{-(a + b)}{ac - b^2} & b_3 &= \frac{(a + 2b + c)}{ac - b^2} \end{aligned}$$

である。

(2)離散時間制御モデル

実験機の動作制御はマイコンによって行われる。そのため、連続時間形式の式(3)を離散時間形式の動特性モデルに変換する必要がある。

式(3)を

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$$

と表し、時間 $t=t_0$ における状態 $\mathbf{x}(t_0)$ を初期値とする解を求めると

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-s)}\mathbf{B}u(s)ds \quad (5)$$

表1. 実験機のパラメータ

θ	本体の進行方向の傾斜角
φ	本体から測った車輪の回転角
I	本体の傾斜方向の慣性モーメント
L	車軸から測った本体の重心の距離
M	本体の質量
m	車輪二つの質量
J	車輪の慣性モーメント
r	車輪の半径
D_{θ}	車輪回りで本体回転時の速度摩擦係数
D_{φ}	車輪の回転に伴う速度摩擦係数

となる。ここで制御周期を T とし

$$t_0 = kT, \quad t = (k+1)T$$

とおく。 t の範囲が $kT \sim (k+1)T$ のとき $u(t)$ は定数であり、式(5)を書き下すと

$$\mathbf{x}(k+1) = e^{AT} \mathbf{x}(k) + \int_0^T e^{As} ds \mathbf{B} u(k) \quad (6)$$

となる。この式(6)が周期 T で制御を加えたときの実験機の離散時間制御モデルである。さらに、

$$\begin{cases} \mathbf{A}_D = e^{AT} \\ \mathbf{B}_D = \int_0^T e^{As} ds \mathbf{B} \end{cases}$$

とおくと

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_D \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_D \mathbf{u}(k) \quad (7)$$

式が得られる。

(3)倒立走行制御系の構成

倒立走行制御の目的は本体の重心回りに回転する角速度 $\dot{\theta}$ を0にすることと、車輪の回転角速度 $\dot{\phi}$ を目標値に制御することにある。ここで各要素を以下のように表す。

$$\begin{cases} \dot{\theta}(k) \rightarrow 0(k \rightarrow \infty) \\ \dot{\phi}(k) \rightarrow \dot{\phi}_d(k \rightarrow \infty) \end{cases}$$

ただし、 $\dot{\phi}_d$ は制御指令値である。

これらを実現するために誤差ベクトル $e(k)$ を導入する。

$$e(k) = \dot{\phi}_d - \dot{\phi}(k)$$

$$= \dot{\phi}_d - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \dot{\theta}(k) \\ \dot{\phi}(k) \end{bmatrix}$$

ここで、 $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1]$ とすると

$$e(k) = \dot{\phi}_d - \mathbf{C} \mathbf{x}(k) \quad (8)$$

となる。

次に前進差分演算子 Δ を

$$\Delta h(t) \equiv h(k+1) - h(k) \quad (9)$$

と定義し、式(7)、式(8)の両辺に作用させると差分演算子 Δ の線形性より

$$\Delta \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_D \Delta \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_D \Delta \mathbf{u}(k) \quad (10)$$

$$\Delta e(k) = -\mathbf{C} \Delta \mathbf{x}(k) \quad (11)$$

で示される式が得られる。ここで、式(11)の左辺を定義式

(9)のように変形させ、式(10)と一緒にして次のような拡大系を構成する。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_D & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_D \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \quad (12)$$

さらに、この拡大系に対して漸近安定な状態フィードバック則を求める。いま、漸近安定化する状態フィードバック則がRiccatiの式を解くなどして式(13)のように求める。

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}(k) &= [\mathbf{F}_x \ \mathbf{F}_e] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{F}_x \Delta \mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_e e(k) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、実際に加える操作量 $\mathbf{u}(k)$ を求める。 $\mathbf{u}(k)$ を求めるためには、式(13)の k を過去に向けて変えた関係式を作り、辺々総和をとる必要がある。よって式は、

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}(k) + \Delta \mathbf{u}(k-1) + \dots + \Delta \mathbf{u}(0) \\ = \mathbf{F}_x \{\Delta \mathbf{x}(k) + \Delta \mathbf{x}(k-1) + \dots + \Delta \mathbf{x}(0)\} \\ + \mathbf{F}_e \{e(k) + e(k-1) + \dots + e(0)\} \end{aligned} \quad (14)$$

となり、式(14)の差分演算から目的とする操作量は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k+1) &= \mathbf{F}_x \mathbf{x}(k+1) \\ &+ \mathbf{F}_e \sum_{i=0}^k e(i) - \mathbf{F}_x \mathbf{x}(0) + \mathbf{u}(0) \end{aligned} \quad (15)$$

以上が状態フィードバックによる実験機の倒立走行制御の基本設計プロセスである。

(4) 1 制御遅れの制御系の構成

1 制御遅れの制御とは、操作量を1ステージ前の観測値のみから構成する制御である。式(15)の計算に必要とされる時間に対して、十分長い場合にしか理論どおりの性能を示せない。そこで1制御遅れの制御系を構成し、制御周期を短くとも絶えずフィードバックが働くようにする。式(13)、(14)より

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}(k) &= [\mathbf{F}_x \ \mathbf{F}_e] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{F}_x \ \mathbf{F}_e] \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_D & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k-1) \\ e(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_D \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k-1) \right\} \end{aligned}$$

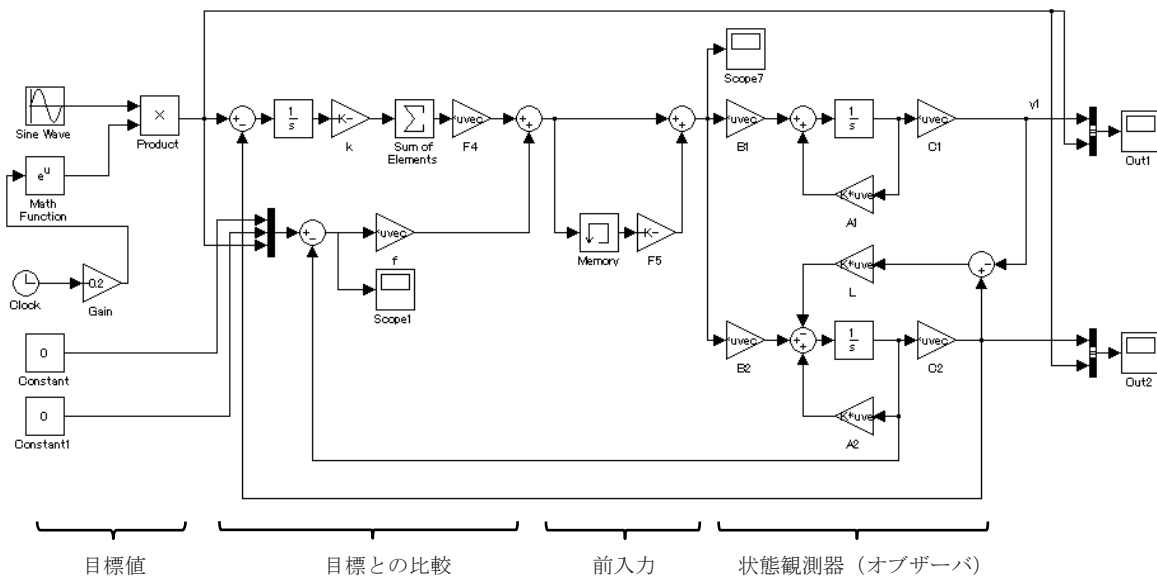


図3 制御モデル

$$\begin{aligned}
&= [\mathbf{F}_x \mathbf{A}_D - \mathbf{F}_e \mathbf{C} \quad \mathbf{F}_e] \begin{bmatrix} \Delta x(k-1) \\ e(k-1) \end{bmatrix} + \mathbf{F}_x \mathbf{B}_D \Delta u(k-1) \\
&= (\mathbf{F}_x \mathbf{A}_D - \mathbf{F}_e \mathbf{C}) \Delta x(k-1) + \mathbf{F}_e e(k-1) \\
&\quad + \mathbf{F}_x \mathbf{B}_D \Delta u(k-1) \quad (16)
\end{aligned}$$

となる。ここから式(12)のときと同様にして操作量 $\mathbf{u}(k+1)$ を求めると

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(k+1) &= (\mathbf{F}_x \mathbf{A}_D - \mathbf{F}_e \mathbf{C}) \mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_e \sum_{i=0}^k e(i) + \mathbf{F}_x \mathbf{B}_D \mathbf{u}(k) \\
&\quad - (\mathbf{F}_x \mathbf{A}_D - \mathbf{F}_e \mathbf{C}) \mathbf{x}(0) - \mathbf{F}_x \mathbf{B}_D \mathbf{u}(0) + \mathbf{u}(1) \quad (17)
\end{aligned}$$

となり、さらに式(17)の右辺の後半の3項を0とみなしステップを1つ遅らせると

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(k) &= (\mathbf{F}_x \mathbf{A}_D - \mathbf{F}_e \mathbf{C}) \mathbf{x}(k-1) \\
&\quad + \mathbf{F}_e \sum_{i=0}^k e(i) + \mathbf{F}_x \mathbf{B}_D \mathbf{u}(k-1) \quad (18)
\end{aligned}$$

となる。この式を展開して

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(k) &= \mathbf{F}_1 \theta(k-1) + \mathbf{F}_2 \dot{\theta}(k-1) \\
&\quad + \mathbf{F}_3 \phi(k-1) + \mathbf{F}_4 \sum_{i=0}^{k-2} e(i) + \mathbf{F}_5 \mathbf{u}(k-1) \quad (19)
\end{aligned}$$

が得られる。ここで、 $\mathbf{F}_1 \sim \mathbf{F}_5$ は各要素に対するフィードバックゲインである。この式(19)が実際に加えられる制御入力 $\mathbf{u}(k)$ である。

2.2 制御モデルの作成

本機の動作モデリングより得られた状態方程式及び操作量から制御モデルを作成する⁽⁶⁾。制御モデルの構成要素として状態方程式と操作量だけでは不十分である。式(19)は目標値との差をとる誤差ベクトルを含み、倒立走行制御を行う上では各パラメータの目標値が必要となるからである。このため、目標値に対して追従するサーボ系の構成を組立てる。また、本体及び車輪の回転角速度は直接観測ができないため、検出可能な操作量と出力から状態を再現する状態観測器(オブザーバ)の設計も求められる。

本研究では、以上の点を踏まえ、図3に示す制御モデルを作成し、倒立動作のシミュレーションを行なった。

ここで、前述した状態観測器の設計の方法を示す。本研究で使用した実験機の動作は双対性を有する。構成する行

表2 目標値の設定

パラメータ	目標値1	目標値2
θ	0	0
$\dot{\theta}$	0	0
$\dot{\phi}$	$\sin t \cdot e^{-0.2t}$	0.1

列を \mathbf{A}, \mathbf{B} とすると、状態フィードバック制御を示す行列 $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{F}$ と $\mathbf{A}^T - \mathbf{B}^T \mathbf{F}^T$ は等価であり、その固有値も等しい。従って、本研究の状態観測器では、行列 $\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}$ を漸近安定とするための \mathbf{L} を求めればよい。

ここで、 $\mathbf{A}^T \rightarrow \mathbf{A}, \mathbf{B}^T \rightarrow \mathbf{C}$ とすると

$$\mathbf{L} = \mathbf{F}^T \quad (20)$$

が成り立つ。このように、 \mathbf{L} はフィードバックゲイン \mathbf{F} を転置することにより求めることができる。

2.3 シミュレーション方法

図3に示した制御モデルを用い、動作解析を行う。使用したCAEツールはMATLAB/Simulinkである。シミュレーション時間は0s~20sに設定し、オブザーバの出力であるOut2のデータ点の制限は5000としている。

また、モデルの目標値は表2のように2種類設定する。これは車輪の回転角速度 $\dot{\phi}$ が実際の動作(減衰するような動き)に対しての応答(目標値1, 減衰モデル)と、ある一つの目標値に対しての応答(目標値2, 一定値モデル)を検証することを意図としたためである。

3. シミュレーション結果

3.1 モデル解析

図3に示した制御モデルから、極配置法、最適レギュレータを用いて状態変数に対するフィードバックゲイン \mathbf{F} を設定する。ここで、本研究に適用する極配置法、最適レギュレータについて表3⁽⁷⁾に整理する。本研究のシミュレーションでは、Ackermann法による極配置法⁽⁷⁾、有本-Potterの提案する固有値・固有ベクトルに基づく方法を用いた最適レギュレータの設計のプログラム⁽⁷⁾を利用し、算出されたフィードバックゲインを設定している。なお、フ

表3 本研究で適応した極配置法と最適レギュレータ

	極配置法	最適レギュレータ
設計基準	閉ループ系の固有値の一つひとつを正確に配置する	二次形式評価関数を最少にする
設計パラメータ	閉ループ系の全固有値の複素数上の位置	評価関数の重み係数の行列 \mathbf{Q}, \mathbf{R}
応答特性指定	固有値の複素平面上での位置と応答特性の関係は明らかにされている。従って、閉ループ系の固有値を指定することで応答特性を直接指定することができる	行列 \mathbf{Q}, \mathbf{R} と閉ループ系応答特性との関係が明確にはわかっていないため、十分な応答特性を得るまで行列 \mathbf{Q}, \mathbf{R} を試行錯誤的に調節する
操作量の使用量調整, 飽和回避	極配置法では、操作量の使用量調整, 飽和回避は困難である	操作量の二次形式が評価関数に盛り込まれているので、 \mathbf{Q}, \mathbf{R} を調整することで制御性能と経済性の兼ね合いを図ることが容易であり、操作量の飽和を回避することは簡単にできる
設計に要する計算量	多変数系の場合は計算量が多い	Riccati 方程式を解くための計算はさほどでもないが、 \mathbf{Q}, \mathbf{R} を試行錯誤的に調整する回数分だけ繰り返して解く必要がある
円条件	保証されない	円条件を満足する

ィードバックゲインの設定次第では、動作の際に実験機を破損することもありえる。コントローラの設定・動作検証にあたってはこの点の考慮が求められる。ここでは、基準となる固有値は実験機に実装されているサンプルプログラムの値を参考とした。このプログラムは静止動作が実現していないものの、倒立走行動作を実現している。

極配置法を用いる際、固有値は極の位置取りを考慮し、実際の倒立走行状態と対応させて求めた。

また、最適レギュレータの場合、評価関数の重み係数の行列 Q , R の選定を繰り返した後、目標とする動作に近い行列 Q , R の組み合わせの中から、極配置法と同様に走行実験を検証して選定を行なった。

この手法により得られた研究から、設定したフィードバックゲインの中で、倒立走行動作が

- (1)安定しなかったフィードバックゲイン
- (2)安定したフィードバックゲイン

のケースを次に示す。

(1)安定しなかったときのフィードバックゲイン

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R = 1 \quad (21)$$

$$F = [-4.060 \quad -0.118 \quad 1.000] \quad (22)$$

$$\text{極}(-1.5 \quad -1.5 \quad -15) \quad (23)$$

$$F = [-0.362 \quad -0.061 \quad 0.002] \quad (24)$$

(2)安定したときのフィードバックゲイン

$$Q = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R = 70000 \quad (25)$$

$$F = [-0.407 \quad -0.045 \quad 0.004] \quad (26)$$

$$\text{極}(-2.5 \quad -2.5 \quad -27) \quad (27)$$

$$F = [-0.732 \quad -0.078 \quad 0.011] \quad (28)$$

これらのフィードバックゲインを設定し、シミュレーションした結果が図4～図11である。ここで出力波形は、極配置・最適レギュレータにより求めたフィードバックゲイン、実験機サンプルプログラムのフィードバックゲイン、 ϕ の目標値の3つのケースを同時に表示している。なお、サンプルプログラムのフィードバックゲインは

$$F = [-0.623 \quad -0.101 \quad 0.007] \quad (29)$$

である。

3.2 動作検証と考察

作製した実験機の動作確認とシミュレーション結果より、フィードバックゲインが式(22)、式(24)、式(26)、式(28)の各ケースから、それぞれ次のことが確認できた。

式(22) $F = [-4.060 \quad -0.118 \quad 1.000]$ の場合、即応性には優れているがオーバーシュートの影響を受け、モータが高出力である(図4、図5)。

式(24) $F = [-0.362 \quad -0.061 \quad 0.002]$ の場合、倒立制御に必要な目標値に追従できておらず、本来抑えられるはずのモータの出力はむしろ高い(図6、図7)。

式(26) $F = [-0.407 \quad -0.045 \quad 0.004]$ の場合、評価関数の重み係数の調整により、即応性、モータ出力共にサンプルプログラムに近い応答である(図8、図9)。

ケース(28) $F = [-0.732 \quad -0.078 \quad 0.011]$ の場合、データ上はサンプルプログラムよりも僅かではあるが、実験機は即応性に優れた動作を示した。また、オーバーシュートがないためモータが高出力にならずに制御できおり、静止状

態に最も近づいたフィードバックゲイン設定である(図10、図11)。

上記結果を極配置の側面から考察する。ケース(23)(極 $(-1.5 \quad -1.5 \quad -15)$) およびケース(27)(極 $(-2.5 \quad -2.5 \quad -27)$)の場合、それぞれの極は複素数平面の安定領域(左半平面)にあるため安定な極と言える。極の位置は虚軸から離れる程、即応性が高くなり必要なエネルギーも大きくなる。そのため、ケース(23)の場合がケース(27)の場合よりも明らかに虚軸に近い場合がモータの出力を抑えることができ安定した倒立動作が実現できると予想した。しかし、実際は安定した倒立状態を確認できなかった。この結果は、安定した倒立状態を実現するには、モータの出力だけでなく倒立走行制御の即応性を考慮しなければならないことを示している。

ところで、最適レギュレータを用いた式(22)、および式(26)の場合の応答結果は、倒立走行制御における重要な要素を示唆している。すなわち、重み係数行列 Q , R の選定において、 Q は状態 $x(k)$ に、 R は操作量 $u(k)$ に関わりがある。 Q そのものを大きくすると状態 $x(k)$ を速く収束させることができ、 R を大きくすると操作量 $u(k)$ に制限をかけることができる。また、式(21)の場合、 Q は小さかったが R は1であったため、操作量に制限がなくモータが高出力となってしまったと考えられる。一方、式(25)の場合は Q を大きく設定したが、それ以上に R を大きくすることでモータの出力を抑えることができたものと考えられる。

行列 Q の要素で各パラメータの優先度が決定する。今回の設計では、安定した倒立静止状態を実現するため、車輪の回転角速度 $\dot{\phi}$ をゼロに近づけることを目標としていた。すなわち、 $\dot{\phi}$ を優先的に収束するようにパラメータを設定することにより、安定した倒立状態が実現すると考えていた。しかし、上述したように、本機は静止状態だけでなく、倒立走行も安定しないことが示された。

そこで、安定した倒立走行と静止動作を実現するため、行列の各要素の制御フローおよびパラメータの優先度に着目した。具体的には、動作制御の前提である実験機本体の傾斜角 θ であり、さらにこの値をゼロとすることを考えた。このためには、車輪の回転角速度 $\dot{\phi}$ よりも本体の傾斜角 θ 、本体の傾斜角速度 $\dot{\theta}$ を優先して制御・収束させる必要

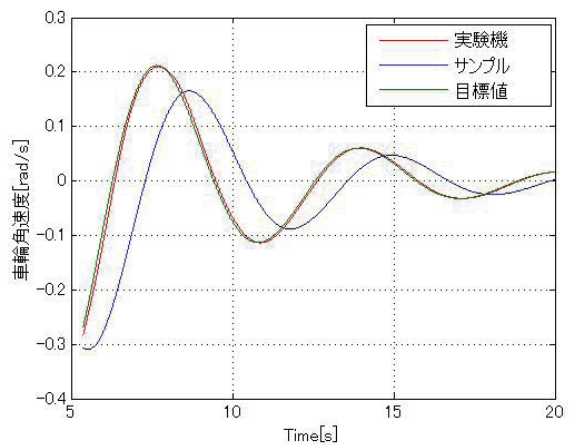


図4 $F = [-4.060 \quad -0.118 \quad 0.000]$ の応答
(減衰モデル: 車輪回転速度は $\sin t \cdot e^{-0.2t}$ [rad/s])

がある。これを実現するため、車輪の回転角速度 $\dot{\phi}$ をゼロに近づけ静止状態を目指す場合でも本体の傾斜角 θ 、本体の傾斜角速度 $\dot{\theta}$ に重みを置き、式(25)で示す設定を行なった。結果、実験機に前後に微小な動きが見られるものの、安定

した倒立走行制御と静止動作を実現した。

なお、完全な静止状態に近づけるには、ギアボックスのバックラッシュなど倒立振子を構成する部品の仕様検証等、ハードウェアからの解析も重要と考える。

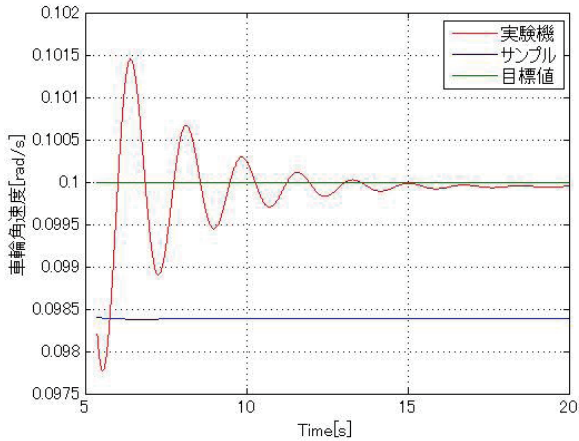


図5 $F = [-4.060 \ -0.118 \ 1.000]$ の応答
(一定値モデル：車輪回転速度は 0.1[rad/s])

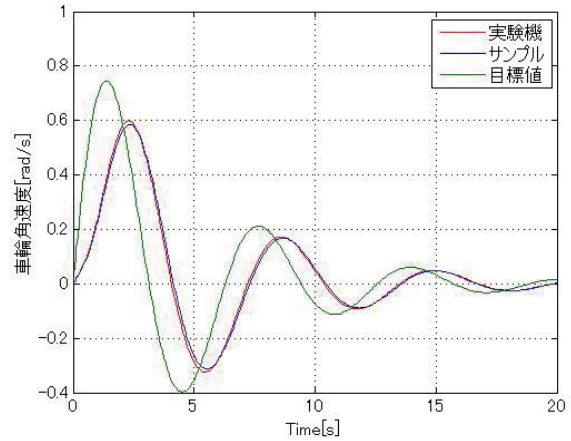


図8 $F = [-0.407 \ -0.045 \ 0.004]$ の応答
(減衰モデル：車輪回転速度は $\sin t \cdot e^{-0.2t}$ [rad/s])

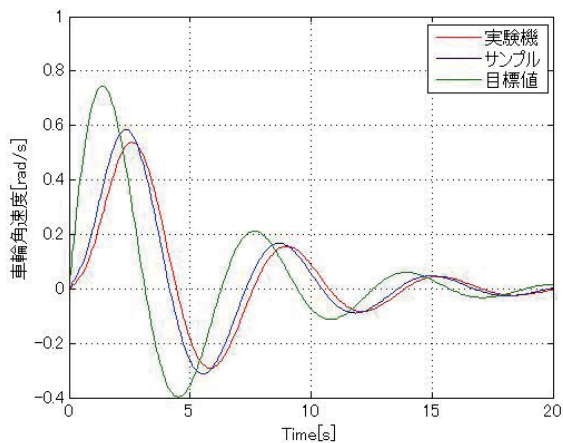


図6 $F = [-0.362 \ -0.061 \ 0.002]$ の応答
(減衰モデル：車輪回転速度は $\sin t \cdot e^{-0.2t}$ [rad/s])

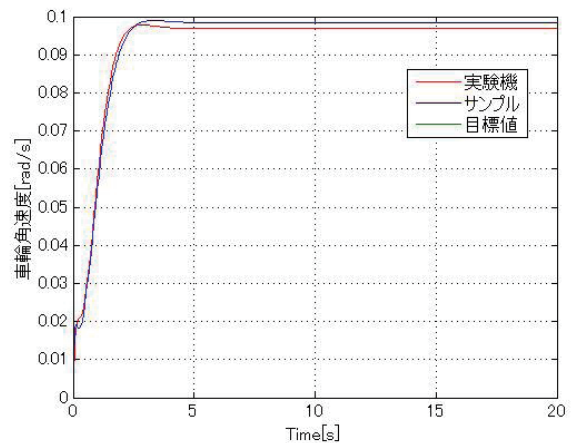


図9 $F = [-0.407 \ -0.045 \ 0.004]$ の応答
(一定値モデル：車輪回転速度は 0.1[rad/s])

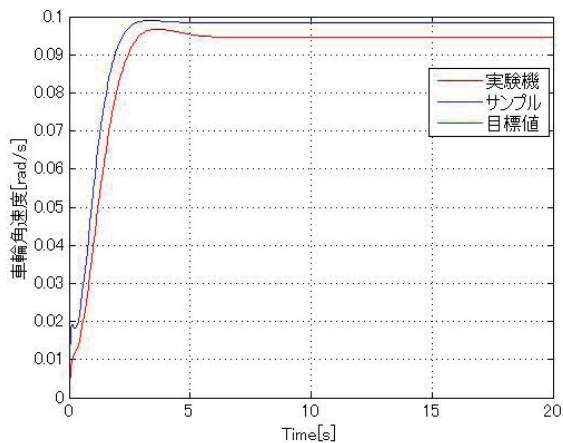


図7 $F = [-0.362 \ -0.061 \ 0.002]$ の応答
(一定値モデル：車輪回転速度は 0.1[rad/s])

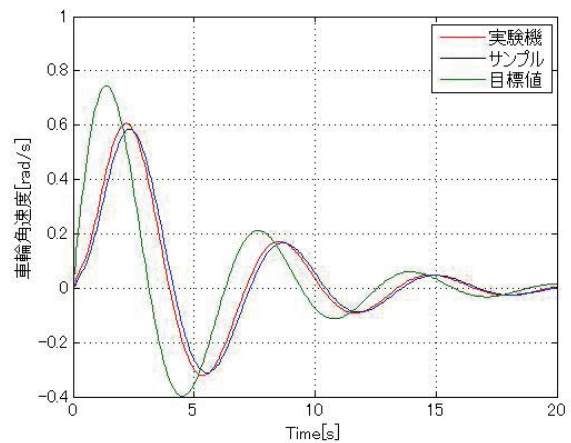


図10 $F = [-0.732 \ -0.078 \ 0.011]$ の応答
(減衰モデル：車輪回転速度は $\sin t \cdot e^{-0.2t}$ [rad/s])

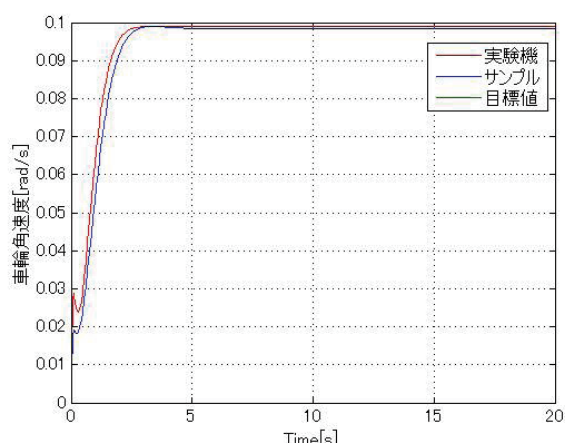


図 1 1 $F = [-0.732 \quad -0.078 \quad 0.011]$ の応答
(一定値モデル：車輪回転速度は $0.1[\text{rad/s}]$)

4. 結論

本研究で、一軸二輪倒立振子のモデルキットを実験機として使用し、その製作および動作解析を通して、動作の改良点をソフトウェアの視点から検討・提案すると同時に、モデリング・シミュレーションより倒立走行制御での重要な制御要素に関する基礎的な検証結果を示した。

すなわち、制御モデル作成のために実験機の状態方程式、操作量を導入過程と共に明らかにした。求めた状態方程式、操作量に加え、サーボ系、オブザーバから動作制御モデルを作成した。さらに、極配置法、最適レギュレータよりフィードバックゲインを算出、シミュレーションを行ない、実際の動作と比較・検証した。

本研究により明らかとなった事項を以下に示す。

- 1) 倒立走行制御を行うためには、モータの出力を一定値以下に設定し、同時に動作制御には速い応答性を持たせる必要があること、すなわち安定した倒立制御動作は、モータの出力と動作制御の即応性を考慮することによって実現される。
- 2) 倒立静止状態を設計目標とする場合、最優先要素は本体の傾斜角 θ をゼロにすることであり、更に $\theta \rightarrow \dot{\theta}$ (本体の傾斜角速度) $\rightarrow \dot{\phi}$ (車輪の回転角速度) の順に重みを設定することが重要であること、すなわち動作の制御要素を明らかにするだけでなく、それらの順位付けを行うことで上記目標とした制御動作が実現される。
- 3) 本研究で提案した上記の基礎的な制御モデルは、倒立振子の動作解析と検証に有効であることを示した。

なお、本研究は一軸二輪型や二軸二輪型等の倒立振り子だけでなく、移動型ロボットシステム等の多くの制御情報機器システムへの展開が可能である。また、研究結果は、デジタル制御技術の修得に有用であり、本学の教科・学生指導への転用が可能と考える。

最後に、本研究は平成 26 年 3 月に卒業した電子制御工学科岡田謙一君の卒業研究⁽⁸⁾による。多くの時間を割いて課題に真剣・真摯に取り組んだ姿勢に敬意を表し、改めてお礼申し上げます。

(平成 26 年 9 月 25 日受付)

(平成 26 年 12 月 2 日受理)

参考文献

- (1) <http://www.segway-japan.net/technology/segway/index.html>, Segway とは?
- (2) http://www2.toyota.co.jp/jp/news/13/07/nt13_0708.html, 「つくばモビリティロボット実験特区」で、パーソナル移動支援ロボット「Winglet」の公道実証実験を開始
- (3) 株式会社北斗電子, 倒立制御学習キット PUPPY, 取扱説明書, 2005 年 12 月 20 日
- (4) 大賀誠, 山本晃, 古本浩章, 宮野忠文, 長谷川浩治, 問山清和, 「車載電子モジュール用プラットフォームの開発 (第 1 報) 1 モデルベース開発による台車型倒立振り子制御」, 広島県立総合技術研究所 西部工業技術センター研究報告, No.53 (2010)
- (5) 江上一樹, 「倒立振り子のモデル化と制御—未知パラメータの同定を中心に—」, 南山大学情報理工学部卒業論文要旨集, (2012)
- (6) 児島圭, 「倒立振り子のモデル化と制御—学習教材としての活用を意識して—」, 南山大学情報理工学部卒業論文要旨集, (2012)
- (7) 森泰親, 「演習で学ぶ現代制御理論」, 森北出版株式会社, (2003)
- (8) 岡田謙一, 「倒立学習キットを用いた二輪倒立振り子の制御」, 熊本高等専門学校熊本キャンパス電子制御工学科卒業研究報告書, 平成 25 年 2 月 19 日